

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені М. П. ДРАГОМАНОВА**

КУГАЙ Наталія Василівна

УДК 373.5.016:512

**РОЗВИТОК УМІНЬ СТАРШОКЛАСНИКІВ ДОВОДИТИ ТВЕРДЖЕННЯ У ПРОЦЕСІ
ВИВЧЕННЯ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ**

13. 00. 02 – теорія та методика навчання математики

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата педагогічних наук

Київ – 2007

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано на кафедрі математики і методики викладання математики в Національному педагогічному університеті імені М. П. Драгоманова, Міністерство освіти і науки України.

Науковий керівник: Кандидат педагогічних наук, доцент
Бевз Валентина Григорівна,
Національний педагогічний університет
Імені М. П. Драгоманова,
доцент кафедри математики і методики викладання
математики.

Офіційні опоненти: Доктор фізико-математичних наук, професор,
академік АПН України,
Шкіль Микола Іванович,
Національний педагогічний університет імені
М. П. Драгоманова, радник ректора;

Кандидат педагогічних наук, доцент
Томашук Олексій Петрович,
Міжрегіональна академія управління персоналом, доцент
кафедри вищої математики.

Захист відбудеться “26” червня 2007 р. о “14⁰⁰” годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.053.03 у Національному педагогічному університеті імені М. П. Драгоманова, 01601, м. Київ, вул. Пирогова, 9.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова, 01601, м. Київ, вул. Пирогова, 9.

Автореферат розіслано “17” травня 2007 р.

**Учений секретар
спеціалізованої вченої ради**

В. О. Швець

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність дослідження. Створення життєздатної системи неперервного навчання і виховання, забезпечення можливості духовного самовдосконалення особистості, формування інтелектуального та культурного потенціалу як вищої цінності нації – основне завдання, визначене у Державній програмі “Освіта” (“Україна XXI століття”).

На сьогодні зміст навчального матеріалу має забезпечувати перенесення акцентів із перманентного збільшення обсягу відомостей, призначених для засвоєння учнями, на вироблення вмій їх використовувати для досягнення певних цілей, тобто на інтелектуальний розвиток учня. Цей підхід передбачає не лише засвоєння готових знань, а й способів здобуття нових знань, створення педагогічних ситуацій, що стимулюють самостійні відкриття і доведення учнями математичних фактів. Доведення математичних тверджень – один із важливих засобів, що сприяють розвитку творчого мислення учнів, особливо логічного.

Необхідність піднесення ролі доведень в старших класах загальноосвітньої школи обґрунтовується особливостями пізнавальної діяльності старшокласників. Учні старших класів надають перевагу такому навчанню, у процесі якого вимагається не просто обґрунтувати факти, а провести їх строге чітке доведення. Психологи схиляються до думки, що старший шкільний вік – це вік, коли створюються доведення. П.Блонський писав: “... розвиток вміння доводити припадає головним чином на старші класи, причому проходить в цьому віці дві стадії. У підлітковому віці учень швидше запам’ятовує доведення, ніж самостійно користується ними, і ще менше він створює їх: в цьому віці доведення – швидше справа пам’яті... В юнацькому ж віці вже помітно виступає критичне ставлення до запропонованих доведень і прагнення до своїх доведень”.¹

Загальні аспекти доведення математичних тверджень розглядали в своїх роботах В.Брадїс, Є.Ляпін, М.Бескін, М.Метельський, Я.Грудьонов, З.Слепкань, Л. Фрїдман та інші. Окремі питання доведень математичних тверджень розроблялися Г.Бевзом (методика доведень тверджень курсу алгебри), М.Бурдою (методика доведень тверджень курсу геометрії), А.Столяром (логічна організація змісту у процесі доведення), З.Слепкань (психолого-педагогічні основи навчання учнів доведенням), О.Гришко (формування у молодших школярів умій доказово міркувати) та іншими.

Окремі підходи до доведення тверджень курсу алгебри і початків аналізу розглядали автори підручників А.Колмогоров, М.Шкіль, З.Слепкань, О. Дубинчук, Т.Колесник, Т.Хмара, Є.Нелін та інші.

Проблемою методики навчання старшокласників курсу алгебри і початків аналізу займалися М.Жалдак, Т.Зайцева, І.Лупан, М.Головань, В.Дровозюк, Є. Смирнова, Т.Олійник,

¹ Блонский П. П. Избранные педагогические и психологические сочинения: В 2-х т. / Сост. М. Г. Данильченко, А. А. Никольская / Под редакцией А. В. Петровского. – М.: Педаг., 1979. – Т. 2. – С.102.

Ю.Горошко, О.Ашкінузе (можливість і ефективність застосування нових інформаційних технологій під час вивчення алгебри і початків аналізу); Ч. Мірзаєв, Л.Соколенко (прикладна спрямованість розглядуваного курсу); С. Семенець (розвиток продуктивного мислення учнів); К.Останов, В.Осинська (активізація мислення старшокласників); А.Войцехівський (вивчення вузлових питань пропедевтичного курсу аналізу). Доведенню і узагальненням у курсі алгебри і елементарних функцій присвячена робота О.Мартишук.

Проблема навчання учнів доведенню тверджень є актуальною як для основної, так і для старшої школи. Але в старшій школі залежно, від профілю навчання, проблема розвитку вмінь доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу звучить з різним рівнем “напруги”. У класах *філологічного, художньо-естетичного, спортивного профілів* вивчається інтегрований курс “Математика”, тут не відбувається, як правило, розподіл на два предмети: “Алгебра і початки аналізу” та “Геометрія”. У таких класах мова йтиме швидше про доказові міркування, а не про доведення в строгому розумінні цього слова. Курс “Алгебра і початки аналізу” для класів *фізико-математичного профілю* відрізняється від аналогічного курсу для класів *універсального та природничого профілів* підвищенням логічної строгості. Це дає змогу глибше і детальніше в таких класах розглянути проблему навчання учнів доведенням тверджень алгебри і початків аналізу.

Не останню роль для розвитку вмінь доводити відіграє кількість годин, відведених на вивчення математики, яка є неоднаковою для різних профілів: для класів гуманітарного напрямку – 3 години, універсального та природничого – 4, фізико-математичного – 6 годин на тиждень. Це ще один вагомий аргумент на користь того, що кожен із профілів необхідно досліджувати окремо. Як показує аналіз навчально-методичної літератури, питанням доведенню тверджень курсу алгебри і початків аналізу у класах з поглибленим вивченням математики завжди приділялась значна увага. Тому зупинимось на універсальному та природничому профілях.

Алгебра і початки аналізу є тим фундаментом, на якому ґрунтується вивчення основних математичних дисциплін вищої школи. Математичний аналіз, алгебра, диференціальні рівняння, теорія ймовірностей та інші традиційно подаються у вигляді дедуктивної теорії. Це передбачає виконання великої кількості доведень. Практика показує, що студентам важко впоратися з таким завданням, бо вивчення шкільного курсу математики не забезпечило у майбутніх студентів достатнього рівня сформованості вмінь доводити математичні твердження курсу алгебри і початків аналізу та недостатньо підготувало їх до розуміння необхідності логічного доведення. Потреба в доведеннях не приходить сама по собі, її розуміння є результатом навчання і виховання. Ознайомлення учнів з логічними прогалинами, з якими вони зустрічаються під час доведення теорем у курсі алгебри і початків аналізу, готує майбутніх студентів до активного використання вивчених теорем у вищих навчальних закладах.

Отже, виникає *невідповідність* між рівнем розвитку мислення старшокласників (що вимагає, зокрема, і уміння доводити твердження), сформованим у школі, і тим рівнем, який необхідний для

подальшого успішного навчання, а також для успішної трудової діяльності. Від ефективного розв'язання цієї проблеми в значній мірі залежить не тільки якість навчання учнів на даному етапі, але і результативність їх наступної навчальної і трудової діяльності.

Таким чином, **актуальність дисертаційного дослідження зумовлена:**

- змінами в умовах навчання школярів у класах різних напрямів профілізації;
- потребою підвищення розвитку мислення старшокласників;
- потребами старшокласників у забезпеченні наступності у вивченні математики в загальноосвітній школі та вищих навчальних закладах;
- потребою вдосконалення методичної системи розвитку вмінь старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу;
- особливостями пізнавальної діяльності старшокласників та можливостями їх розумового розвитку.

Актуальність проблеми дослідження та її недостатня розробленість у методиці навчання алгебри і початків аналізу і зумовило вибір теми дослідження **“Розвиток умінь старшокласників доводити твердження у процесі вивчення алгебри і початків аналізу”**.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Обраний напрям дисертаційного дослідження пов'язаний з держбюджетною темою науково-дослідної роботи кафедри математики та методики викладання математики НПУ імені М. П. Драгоманова “Розробка науково-методичної системи математичної підготовки учнів середніх закладів освіти в умовах впровадження освітніх стандартів” (номер державної реєстрації 0198 №001666).

Тема дисертації затверджена на засіданні Вченої ради Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова (протокол № 8 від 27.02.03 р.) і узгоджена в Раді з координації наукових досліджень в галузі педагогіки і психології в Україні (протокол № 4 від 22.04.03 р.).

Об'єкт дослідження – процес навчання старшокласників алгебри і початків аналізу.

Предмет дослідження – методична система формування та розвитку вмінь старшокласників доводити математичні твердження шкільного курсу алгебри і початків аналізу в умовах профілізації старшої школи.

Мета дослідження – удосконалити методичну систему формування та розвитку вмінь старшокласників доводити твердження шкільного курсу алгебри і початків аналізу для універсального та природничого профілів.

Гіпотеза дослідження – якщо в процесі навчання алгебри і початків аналізу враховувати логічну будову тверджень та їх доведень, наявність у названому курсі аргументів для доведення математичних тверджень, потреби старшокласників у проведенні чітких строгих доведень, дотримуючись раціонального співвідношення між логічними і евристичними компонентами навчальної

діяльності, дидактичних і психологічних принципів навчання, то при цьому розвиватимуться вміння старшокласників доводити твердження, підвищуватиметься успішність навчання та якість знань учнів.

Відповідно до об'єкта і предмета дослідження для досягнення поставленої мети і перевірки висунутої гіпотези розв'язувалися такі **завдання**:

1. Проаналізувати психолого-педагогічну і навчально-методичну літературу з проблеми дослідження та стан розробленості цієї проблеми в шкільній практиці.
2. Визначити в шкільному курсі алгебри і початків аналізу математичні твердження, які доцільно доводити в класах універсального та природничого профілів, встановити їх структуру та раціональні методи доведення.
3. З'ясувати можливості застосування засобів НІТ для розвитку вмінь старшокласників доводити твердження у процесі вивчення курсу “Алгебра і початки аналізу”.
4. Створити науково-обґрунтовану методичну систему формування і розвитку вмінь старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу (у класах універсального та природничого профілів загальноосвітньої школи) та експериментально перевірити її ефективність.

Для розв'язування поставлених завдань застосовувались такі **методи досліджень**: теоретичний аналіз, порівняння, узагальнення наукової, психолого-педагогічної, навчально-методичної літератури з проблеми дослідження, змісту програм і підручників з алгебри і початків аналізу 10-11-х класів; спостереження, бесіди, анкетування, аналіз документів і досвіду роботи вчителів, педагогічний експеримент із статистичним аналізом його даних.

Методологічною основою дослідження є теорія пізнання; концепція навчальної діяльності; теорія проблемного та розвиваючого навчання; положення дидактики та методики навчання математики про роль задач і вправ у формуванні знань і вмінь; концепція особистісної орієнтації освіти в умовах національного відродження України; Державна програма “Освіта. Україна ХХІ століття”; Національна доктрина розвитку освіти України у ХХІ столітті.

Наукова новизна дисертаційного дослідження полягає в тому, що:

- *вперше* виділено і охарактеризовано математичні твердження курсу алгебри і початків аналізу, які доцільно доводити у класах універсального та природничого профілів, та вказано аргументи для їх доведення;
- *удосконалено* методичну систему формування та розвитку вмінь старшокласників доводити твердження шкільного курсу алгебри і початків аналізу в умовах профільної диференціації;
- *подальшого розвитку* дістали дослідження можливості застосування НІТ у навчанні старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу.

Теоретичне значення дисертаційного дослідження полягає в тому, що:

- проаналізовано основні підходи до навчання учнів доведенню тверджень курсу алгебри і початків аналізу у підручниках, методичній літературі та програмах з математики різних часів;
- з'ясовано послідовність вивчення теоретичних тверджень, їх логічна структура та раціональні методи доведення кожного розділу курсу “Алгебра і початки аналізу”;
- розроблено принципи побудови системи математичних задач для розвитку вмінь старшокласників доводити твердження і обґрунтовані їх дидактичні можливості;
- встановлено психолого-педагогічні передумови, що сприяють розвитку вмінь учнів відповідного віку доводити твердження;
- визначені методичні прийоми і засоби розвитку вмінь старшокласників доводити твердження курсу “Алгебра і початки аналізу”;
- запропоновано види задач алгебри і початків аналізу, які сприяють розвитку вмінь доводити твердження, та встановлена послідовність їх розв'язування.

Практичне значення дослідження визначається тим, що:

- запропоновано різні підходи до вивчення теоретичних тверджень окремих розділів курсу “Алгебра і початки аналізу” та розроблено конкретні методичні рекомендації для навчання учнів доведенню цих тверджень;
- розроблено систему задач, що сприяє розвитку вмінь доводити твердження, яка може бути використана вчителями, методистами, авторами підручників і посібників, студентами;
- розроблено рекомендації щодо використання програмного засобу GRAN 1 для навчання учнів доведенню тверджень курсу алгебри і початків аналізу.

Обґрунтованість і вірогідність результатів дослідження забезпечена опорою на наукову методологію; застосуванням комплексу методів, адекватних меті і завданням дослідження; використанням науково-педагогічних джерел; кількісними даними і аналізом значного обсягу теоретичного та емпіричного матеріалу; критичним аналізом і врахуванням стану розробленості проблеми, що вивчається; науковим системно-структурним підходом до процесу розвитку вмінь старшокласників доводити твердження.

Особистий внесок здобувача. Основні результати дисертаційного дослідження одержані автором одноосібно. У працях, написаних у співавторстві, всі ідеї та розробки, що стосуються проблеми дослідження, належать здобувачеві.

Апробація і впровадження результатів дослідження здійснювалися шляхом публікацій статей, виступів та у процесі експериментального навчання. Основні положення й результати дисертаційного дослідження доповідалися, обговорювалися та отримали схвалення на Всеукраїнській науково-практичній конференції “Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи” (Полтава, 2003 р.), звітній науковій конференції молодих вчених (Київ, 2004 р.), VII Всеукраїнській науково-практичній конференції “Молодь, освіта, наука, культура і

національна самосвідомість” (Київ, 2004 р.), Міжнародній науково-практичній конференції “Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики” (Київ, 2004 р.), Міжнародній науково-практичній конференції “Ціннісні пріоритети освіти в XXI столітті: орієнтири та напрямки сучасної освіти” (Луганськ, 2005 р.), Всеукраїнському методичному семінарі “Актуальні проблеми методики навчання математики” (НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2003 р.), звітних науково-практичних конференціях Глухівського державного педагогічного університету (2002-2007 рр.).

Запропонована у дисертаційному дослідженні методика впроваджується у практику навчання алгебри і початків аналізу учнів 10-11-х класів загальноосвітніх шкіл I-III ступенів № 17 (довідка № 79 від 08.06.05 р.), № 290 (довідка № 97 від 08.06.05 р.) м. Києва; НВО № 1, ЗОШ № 3, ЗОШ № 2, ЗОШ № 6 м. Глухова (довідка № 373 від 15.06.05 р.); ЗОШ № 2 і ЗОШ № 3 м. Кременця (довідка № 298 від 20.05.05 р.); Городоцької ЗОШ Рівненського району (довідка № 139 від 23.05.05 р.); Варковицької гімназії Дубенського району Рівненської області (довідка № 63 від 08.06.05 р.).

Публікації. 3 проблеми дослідження опубліковано 11 робіт (2 статті у фахових журналах, 4 – у збірниках наукових праць, 5 – у матеріалах конференцій).

Структура дисертації. Дисертація складається зі вступу, двох розділів, висновків до розділів, загальних висновків, списку використаних джерел (212 найменувань) та додатків. Обсяг основного тексту дисертації становить 179 сторінок, де вміщено 6 ілюстрацій, 21 таблиця, 4 схеми, 1 діаграма; обсяг додатків – 38 сторінок.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У вступі розкрито сутність і стан наукової проблеми, її значущість, підстави для розроблення теми; обґрунтовано актуальність дослідження, визначено його об’єкт, предмет, мету, завдання, методологічну основу, методи, наукову новизну, теоретичне й практичне значення.

У першому розділі “**Теоретичні основи дисертаційного дослідження**” проведено аналіз літературних джерел, який дозволив з’ясувати зміст ключових для дослідження понять “доведення”, “структура доведення”, “вміння доводити”, “задача на доведення”; охарактеризувати види і структуру математичних тверджень курсу алгебри і початків аналізу, методи їх доведення; розкрити психолого-педагогічні та методичні передумови розвитку вмінь старшокласників доводити твердження алгебри і початків аналізу.

Проведений аналіз програм з алгебри і початків аналізу, підручників, методичної літератури, дисертаційних досліджень показує, що в методичній літературі накопичений великий теоретичний матеріал, зокрема, широко висвітлені загальні питання з теорії доведення у формальній і математичній логіці. У різні періоди роботи школи логічний рівень викладання матеріалу розглядуваного курсу був неоднаковим. Це знайшло своє відображення як в програмах, так і в підручниках з алгебри і початків аналізу. На різних етапах розвитку методики навчання математики по-різному трактували поняття “навчання доведенню”. Так, до 60-х років воно ототожнювалось з заучуванням готових доведень; з 60-х років акцент зміщується в сторону логічної складової; з 70-х

років зростає роль евристичної складової. На сучасному етапі переважна частина математиків-методистів поділяє думку, що для навчання учнів доведенню необхідно об'єднати в єдине ціле логіку і евристику.

Поняття доведення є об'єктом вивчення як логіки, так і психології. Математична логіка займається дослідженням доведення як логічної форми процесу, що вже відбувся. Психологія вивчає доведення як процес розумової діяльності, мислення. Для підвищення ефективності навчання учнів доведенням, для розвитку вмінь доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу важливу роль відіграють, з одного боку, елементи математичної логіки, з іншого – закономірності мислення в процесі доведення.

Компонентами вмінь доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу виступають: підведення об'єктів під поняття; знання необхідних і достатніх ознак поняття, про які йдеться у висновку; вибір ознак понять, що відповідають даним умови; дія розгортання умови.

Психолого-педагогічні умови розвитку вмінь старшокласників доводити твердження полягають в активізації навчально-пізнавальної діяльності школярів, формуванні позитивної навчальної мотивації, забезпеченні мінімально необхідного обсягу знань, алгоритмізації навчання і широкому застосуванню моделювання в навчальному процесі. Обов'язковою умовою є врахування рівневої та профільної диференціації навчання.

Формування і розвиток умінь старшокласників доводити твердження у процесі вивчення курсу “Алгебра і початки аналізу” відбувається шляхом вивчення теоретичного матеріалу і розв'язування задач.

Враховуючи діяльнісний підхід до навчання математики, у вивченні теорем і їх доведень можна виділити такі основні етапи: мотивація вивчення теореми; “відкриття” теореми за допомогою геометричних ілюстрацій або іншим способом; формулювання теореми і з'ясування змісту кожного слова в формулюванні теореми; засвоєння змісту теореми; запам'ятовування формулювання теореми; ознайомлення зі способом доведення; опанування доведенням теореми; застосування теореми; встановлення зв'язків теореми з раніше вивченими теоремами.

Для навчання учнів доведенню математичних тверджень, залежно від новизни, яку несе для учнів дане доведення, від рівня знань і умінь учнів, від наявності часу, відведеного на вивчення розглядуваної теореми, може бути використаний один із методичних прийомів: аналіз і вивчення готових доведень, проведених учителем біля дошки або викладених у підручнику, з метою їх подальшого відтворення; самостійна побудова доведення учнями за аналогією з вивченими доведеннями; учитель (чи сильніші учні) вказують спосіб (прийом) доведення, а доведення учні проводять самостійно; самостійний пошук і проведення доведень тверджень курсу “Алгебра і початки аналізу”.

Розглядаючи задачі на доведення як об'єкти мисленевої діяльності учнів і враховуючи співвідношення між відтворювальною і творчою діяльністю учнів під час їх розв'язування, варто

поділити задачі на доведення *на алгоритмічні, напівалгоритмічні та евристичні*. До *алгоритмічних* задач на доведення ми відносимо такі задачі, які доводяться за допомогою безпосереднього застосування означення, формули, доведеної теореми. До *напівалгоритмічних* задач на доведення відносимо ті задачі, правила розв'язування яких носять узагальнений характер і не можуть бути повністю зведені до об'єднання елементарних кроків, але зв'язки між елементами цих задач учні знаходять легко. До *евристичних* ми відносимо такі задачі, для розв'язання яких необхідно або виявити окремі заховані зв'язки між елементами умови і вимоги, або знайти спосіб доведення, або і те, і друге. Евристична задача не може бути безпосередньо розв'язана за яким-небудь алгоритмом чи узагальненим правилом. Виникає необхідність пошуку розв'язання, що сприяє роботі мислення і його розвитку.

Вікові та психологічні особливості розумового розвитку старшокласників, а саме критичне ставлення до готових доведень, обумовлюють використання такого методичного прийому як розв'язування задач на заперечення доведень. У процесі розв'язування таких задач формується вміння критично оцінити результати своєї роботи. Перевірці на істинність можуть підлягати всі три складові частини доведення: теза, аргументи, демонстрація.

Теоретичне дослідження та констатуючий експеримент показали, що для ефективного навчання учнів доведенням необхідно: 1) у процесі вивчення теоретичного матеріалу визначити ті твердження, доведення яких не можливе або недоцільне в межах шкільного курсу алгебри і початків аналізу для класів універсального та природничого профілів; під час доведення теоретичного факту враховувати логічну і евристичну складові доведення, а також вікові особливості розвитку старшокласників; чітко розмежовувати доведення від пояснення і геометричної інтерпретації; 2) у процесі розв'язування задач на доведення доцільно: дотримуватися тривірневої типізації цих задач (алгоритмічні, напівалгоритмічні, евристичні); навчати учнів виявляти і доводити твердження у процесі розв'язування інших видів задач (на дослідження, побудову, обчислення, спрощення); враховуючи достатньо високий рівень розвитку критичного мислення старшокласників, пропонувати їм задачі на заперечення тверджень чи доведень.

У другому розділі **“Методика розвитку вмінь старшокласників доводити математичні твердження”** розглянута методика навчання учнів доводити теоретичні твердження і розв'язувати задачі, які сприяють розвитку умінь старшокласників доводити твердження.

Для розробки методики розвитку вмінь старшокласників доводити теоретичні твердження курсу алгебри і початків аналізу виявилось доцільним співвіднести розвиток умінь доводити з програмовим матеріалом розглядуваного курсу і розглянути методику навчання учнів доведенню відповідно до розділу. Усі теоретичні твердження курсу алгебри і початків аналізу доцільно поділити на три групи: властивості функцій, формули, власне теореми.

Матеріал шкільного курсу “Алгебра і початки аналізу” структуровано у такий спосіб: тригонометричні функції, тригонометричні рівняння і нерівності, степенева функція, показникова і

логарифмічна функції, границя і неперервність функції, похідна та її застосування, інтеграл та його застосування, елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей.

Оскільки чинна програма з математики за основну мету вивчення алгебри і початків аналізу в 10-11-х класах ставить "...систематичне вивчення функцій засобами алгебри і математичного аналізу", то окрему увагу було приділено методиці навчання учнів доведенню властивостей функції. Всі основні елементарні функції вивчаються на сучасному етапі в 10-му класі і доведення їх основних властивостей відбувається засобами алгебри. Для ефективного розвитку вмінь доводити варто всі елементарні функції (крім обернених тригонометричних) вивчати вже у 10-му класі за такою схемою:

1. Область визначення (без доведення, використовуючи означення, інтуїтивні уявлення і геометричну інтерпретацію – проекцію графіка на вісь Ox).
2. Область значень (без доведення, використовуючи означення, інтуїтивні уявлення і геометричну інтерпретацію – проекцію графіка на вісь Oy).
3. Парність (непарність) (з доведенням).
4. Періодичність (з доведенням).
5. Нулі функції (з доведенням).
6. Проміжки знакосталості (з доведенням).
7. Проміжки монотонності (з доведенням).
8. Точки екстремуму і екстремуми функції (до вивчення похідної – без доведення, використовуючи означення, інтуїтивні уявлення і графік функції).

Оскільки у доведенні тієї чи іншої властивості функції основною є дія підведення об'єкта під поняття, то на перших уроках в 10-му класі варто привести в систему основні означення і твердження. До таких *основних означень* варто віднести: означення області визначення, означення області значень функції, означення графіка функції, означення зростаючої (спадної) функції, означення парної (непарної) функції, означення періодичної функції, означення точок екстремуму і екстремуму функції, означення рівних (еквівалентних) функцій. Доцільно також, на нашу думку, ознайомити десятикласників з поняттями "нуль функції", "проміжки знакосталості функції". У роботі сформульовані *основні загальні твердження* про властивості функції, які повинні бути сформульовані і доведені на перших уроках у 10-му класі.

Що стосується методики навчання учнів доведенню у процесі вивчення тотожностей, то варто виділити "головну" формулу, її довести і запам'ятати ідею виведення решти формул із неї. Так, наприклад, для вивчення і доведення *тригонометричних тотожностей додавання* головною є формула $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$; під час вивчення *формул кількості різних сполук* (розміщень, перестановок, комбінацій) "головною" виступає формула кількості розміщень з n по m елементів.

На розвиток умінь старшокласників доводиться твердження курсу алгебри і початків аналізу впливає не тільки кількість доведених тверджень, а й послідовність вивчення теоретичних тверджень. У роботі розглянуто різні підходи до вивчення теоретичних тверджень окремих розділів курсу “Алгебра і початки аналізу” і для кожного такого підходу запропонована методика навчання учнів доведенню. Так, наприклад, можна вказати два підходи до вивчення розділу “Тригонометричні рівняння і нерівності” (схема 1 і схема 2).

Схема 1

Перший варіант вивчення теоретичних тверджень розділу “Тригонометричні рівняння і

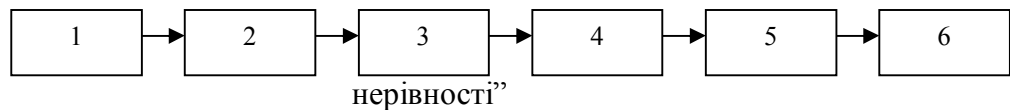
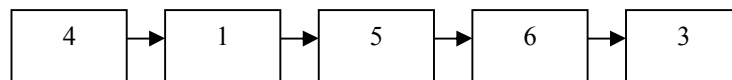


Схема 2

Другий варіант вивчення теоретичних тверджень розділу “Тригонометричні рівняння і
нерівності”



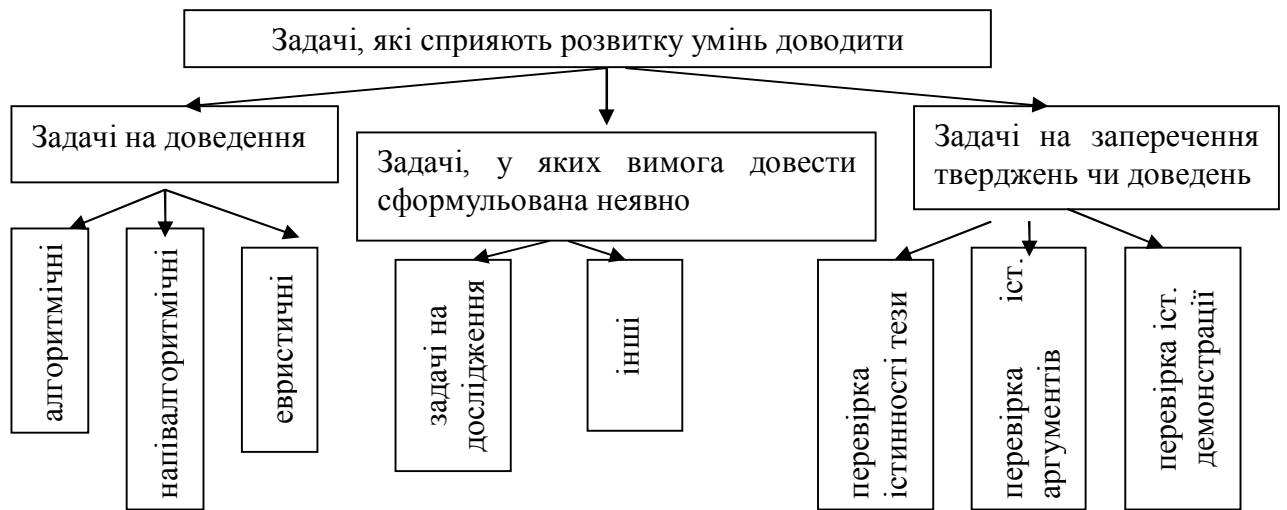
- 1 - теорема про корінь;
- 2 - поняття про арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа;
- 3 - формули коренів найпростіших тригонометричних рівнянь;
- 4 - теорема про обернену функцію;
- 5 - теорема про графіки обернених функцій;
- 6 - властивості обернених тригонометричних функцій.

У дисертаційному дослідженні розглянуто можливості формування і розвитку вмінь старшокласників у процесі вивчення різних програмових тем курсу алгебри і початків аналізу, запропоновано форми і методи навчання, які забезпечують ефективне навчання доведенням. Ефективному розвитку вмінь старшокласників доводити твердження сприяють запропоновані правила-орієнтири доведення тверджень, застосування педагогічного програмного засобу GRAN 1.

Вагомий внесок у розвиток умінь доводиться вносить розв’язування задач на доведення. Результати теоретичних і практичних досліджень показали, що розв’язування практично всіх задач алгебри і початків аналізу містять елементи доведень. Наприклад, для повного розв’язання задачі “Знайти первісну функції” необхідно не тільки знайти нову функцію, але і *перевірити (довести)*, що ця функція є первісною; у процесі розв’язування ірраціональних рівнянь приходиться *перевіряти (доводити)*, що знайдені числа дійсно є коренями тощо.

Проведений аналіз дозволяє виділити види задач, які сприяють розвитку умінь старшокласників доводити твердження (схема 3).

Види задач, які сприяють розвитку вмінь доводити



Як показали результати наших експериментальних досліджень, на розвиток вмінь старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу впливає *послідовність* запропонованих задач до кожної теми. Вона може бути такою: задачі на доведення → задачі, у яких вимога довести сформульована неявно → задачі на заперечення доведення. Для ефективного навчання старшокласників доводити твердження у процесі розв'язування задач доцільно дотримуватися їх трирівневої типізації. У роботі розглянуто методикау навчання учнів розв'язувати задачі виділених рівнів.

Основні положення дисертаційного дослідження перевірялися експериментально протягом 1997 – 2005 років. Здійснення педагогічного експерименту мало на меті апробацію, корекцію, відпрацювання запропонованих методичних розробок та перевірку їх доступності, доцільності й ефективності. Дослідження проходило в три етапи: констатуючий, пошуковий і формуючий експерименти.

У процесі констатуючого експерименту були поставлені і розв'язані такі завдання: проаналізовано науково-методичну, психолого-педагогічну літературу з проблеми дослідження; з'ясувано, як розуміють учні 10 – 11-х класів доведення в шкільному курсі алгебри і початків аналізу (суть і структуру доведення, взаємовідношення різних видів теорем, необхідність і достатність у доведеннях, логічну структуру методів доведення, їх логічну основу тощо); виявлено характер і причини труднощів, які виникають в учнів під час самостійного доведення тверджень; з'ясовано рівень розвитку вмінь старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу; проаналізовано методикау проведення доведень, яку застосовують вчителі математики у процесі навчання алгебри і початків аналізу. Отримані результати дали нам підставу сформулювати гіпотезу і завдання дослідження.

Під час пошукового експерименту уточнювалися методичні прийоми і форми навчання старшокласників доведенням, проводився цілеспрямований пошук та добір способів навчання

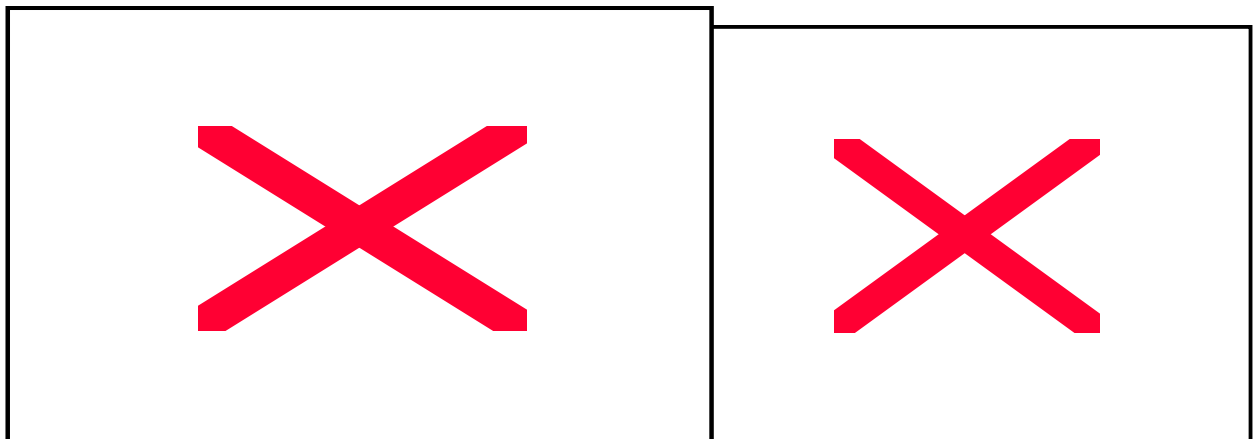
алгебри і початкам аналізу з метою підвищення рівня вмінь учнів доводити твердження і, як наслідок, підвищення рівня успішності і якості знань старшокласників. Визначалося, які теоретичні твердження і в якій послідовності сприяють найбільш повному розвитку умінь старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу. З'ясувалося, які типи задач впливають на розвиток умінь старшокласників доводити твердження і якою має бути послідовність цих задач. На цьому етапі досліджувалися дидактичні можливості використання програмних засобів і їх вплив на розвиток умінь доводити.

Під час формуючого експерименту перевірявся вплив запропонованої методики на розвиток умінь старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу та уточнювалися окремі компоненти цієї методики. У контрольних класах навчання алгебри і початкам аналізу відбувалося за традиційною методикою. В експериментальних класах навчальний процес організовувався на основі компонентів запропонованої методичної системи, тобто: під час вивчення теоретичного матеріалу кожної програмової теми було виділено ті твердження, доведення яких неможливе або недоцільне в межах курсу алгебри і початків аналізу (як правило, такі твердження отримували геометричне тлумачення); у процесі доведення решти тверджень враховувалися логічна і евристична складові доведення та вікові особливості розвитку старшокласників; чітко розмежовувалося доведення від пояснення та геометричної інтерпретації; враховувалися вимоги рівневої диференціації під час вивчення теоретичних тверджень; у процесі розв'язування задач на доведення дотримувалися трирівневої типізації цих задач та послідовності їх розв'язування, навчали учнів виявляти і доводити твердження у процесі розв'язування інших видів задач; до навчання учнів доведенню залучалися НІТН.

Розподіл учнів контрольних і експериментальних класів за рівнями вмінь доводити на формуючому етапі експерименту відображений на діаграмах 1 і 2.

Діаграма 1. Розподіл учнів 10-х класів за рівнями вмінь доводити

Діаграма 2. Розподіл учнів 11-х класів за рівнями вмінь доводити



Порівняльний аналіз росту успішності показав, що на кінець експериментального навчання в експериментальних 10-х класах 33% учнів мали достатній рівень навчальних досягнень і 28% високий (у контрольних – 29% і 21% відповідно); в 11-х : експериментальні – 35% і 30%, контрольні – 22% і 20%. Обробка результатів експерименту із застосуванням методу перевірки статистичних гіпотез за критерієм Пірсона та медіанним критерієм підтвердила справедливність висунутої гіпотези. Завдання дослідження виконано, сформульовано висновки, показано їх теоретичне і практичне значення.

ВИСНОВКИ

Урахування сучасних вимог до системи освіти, які передбачають особистісну орієнтацію навчання, всебічний розвиток учня, зростання його самостійності, активності, підвищення рівня мислення, вироблення у кожного розуміння необхідності та уміння навчатися впродовж життя, потребує засвоєння учнями математичних знань і вмінь, які є складовими загальнолюдської культури. Значну роль у цьому відіграє алгебра і початки аналізу, зокрема доведення тверджень цього курсу.

У дисертації розроблено і науково обґрунтовано методика розвитку вмінь старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу для класів універсального та природничого профілів. Відповідно до поставленої мети і визначених завдань у ході дослідження отримано такі результати: з'ясовано стан теоретичної розробки проблеми в психолого-педагогічній, навчально-методичній літературі та її практичної реалізації в шкільній практиці; визначено в шкільному курсі алгебри і початків аналізу математичні твердження, які доцільно доводити в класах універсального та природничого профілів, встановлено їх структуру, раціональні методи та аргументи їх доведення; з'ясувано можливості застосування засобів НІТ для розвитку вмінь старшокласників доводити твердження у процесі вивчення курсу “Алгебра і початки аналізу”; створено науково-обґрунтовану методичну систему формування і розвитку вмінь старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу (у класах універсального та природничого профілів) загальноосвітньої школи та експериментально перевірено її ефективність.

Результати проведеного теоретичного та експериментального дослідження методологічних і психолого-педагогічних засад розвитку вмінь старшокласників доводити твердження у процесі вивчення алгебри і початків аналізу дають підставу для таких висновків:

1. Складовими компонентами вміння доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу є: вміння підводити об'єкти під поняття; знання необхідних і достатніх ознак поняття, про які йдеться у висновку; вміння вибрати ознаки понять, що відповідають даним умови; дія розгортання умов. Аналіз компонентів вміння доводити дозволяє віднести його до інтелектуальних вмінь. Тому розвиток вмінь старшокласників доводити твердження тісно пов'язаний з розвитком мислення учнів, причому вміння доводити стимулює розвиток мислення (особливо логічного), і водночас воно саме опирається на досягнутий розвиток. А розвиток мислення учнів – одне із першочергових завдань сучасної школи взагалі і математики зокрема.

2. Проведений констатуючий експеримент засвідчив, що старшокласники мають переважно середній рівень умінь доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу. У той самий час курс алгебри і початків аналізу має потужний арсенал для формування і розвитку вмінь доводити. Разом з тим далеко не всі можливості цього арсеналу використовуються.

3. Розвиток умінь старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу має відбуватися шляхом доведення теоретичних тверджень і розв'язування задач. Під час доведення теоретичних тверджень доцільно враховувати: специфіку доведення властивостей функцій, формул, власне теорем; логічну і евристичну складові доведення. Для розвитку вмінь старшокласників доводити твердження у процесі розв'язування задач варто розглянути задачі на доведення, задачі на заперечення доведення, задачі на дослідження, дотримуючись тривірневої типізації цих задач..

4. Для ефективного навчання учнів доведенню тверджень курсу алгебри і початків аналізу доцільно використовувати: 1) аналіз готових доведень, відтворення готових доведень, самостійне відкриття факту, пошук і конструювання його доведення, заперечення готових доведень. Для кожного з названих прийомів варто визначити адекватні форми організації навчальної діяльності учнів; 2) НІТН, зокрема програмний засіб GRAN 1, який дає можливість учням висунути гіпотези, а також практично їх підтвердити.

5. Використання у навчальному процесі запропонованої методики розвитку вмінь старшокласників доводити твердження у процесі вивчення алгебри і початків аналізу має узгоджуватися з віковими особливостями інтелектуального розвитку учнів старшої школи і враховувати їхні індивідуальні навчальні можливості та задовольняти вимоги рівневої диференціації навчання.

6. Практичне використання запропонованої методики розвитку вмінь старшокласників доводити твердження сприяє інтеграції навчання (зокрема, встановленню зв'язків між елементами знань і вмінь таких шкільних курсів: алгебра і початки аналізу та інформатика, алгебра і початки аналізу та геометрія), активізації пізнавальної діяльності учнів, підвищенню успішності і якості їх математичної підготовки. Для діагностики високого рівня навчальних досягнень учнів доцільно використовувати розв'язування евристичних задач на доведення, задач на заперечення доведення.

7. Розроблена методика розвитку вмінь старшокласників у процесі вивчення алгебри і початків аналізу органічно включається в навчальний процес, не вимагає додаткових матеріальних і часових затрат та може бути використана вчителями різних категорій.

8. Дисертація не вичерпує всіх аспектів проблеми. Подальші дослідження можуть здійснюватися в таких напрямках: розробка методики розвитку вмінь старшокласників доводити твердження у процесі вивчення поглибленого курсу алгебри і початків аналізу; дослідження ролі запропонованої методики у забезпеченні наступності у вивченні математики в загальноосвітній школі та вищих навчальних закладах.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ АВТОРА З ТЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1. Кугай Н. В. Задачі на доведення у курсі “Алгебра і початки аналізу” // Проблеми педагогічних технологій. Збірник наукових праць. – Луцьк: Волинська обласна друкарня, 2005. - № 2(31). – С. 227-234.
2. Кугай Н. В. Застосування програмного засобу GRAN 1 при доведенні тверджень // Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2004. – №1(8). – С. 320-329.
3. Кугай Н. В. Метод математичної індукції у шкільному курсі математики // Математика в школі. – 2004. – № 2. – С. 45-49.
4. Кугай Н. В. Про еволюцію навчального предмета “Алгебра і початки аналізу” // Наука і сучасність. Збірник наукових праць НПУ ім. М.П.Драгоманова. – К.: Логос, 2003. – Том XXXIX. – С. 86-96.
5. Кугай Н. В. Розвиток умінь старшокласників доводити математичні твердження у процесі вивчення теми “Похідна” // Математика в школі. – 2004. – № 5. – С. 24-32.
6. Кугай Н.В. Розвиток умінь старшокласників доводити математичні твердження у процесі вивчення функцій у шкільному курсі “Алгебра і початки аналізу” // Науковий часопис НПУ ім.М.П. Драгоманова. Серія №5. Педагогічні науки: реалії та перспективи: Зб. наукових праць. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. –Випуск 1. – С. 190-195.
7. Кугай Н., Самощенко А. Диференціація й інтеграція навчання як фактори розвитку вмінь доводити // Матеріали II Міжнародної науково-практичної конференції. – Частина 4. - Луганськ, 2005. – С. 152-157. *(Автором дисертації досліджено вплив рівневої диференціації та інтеграції на розвиток умінь старшокласників доводити твердження, дібрано приклади, розглянуті в роботі).*
8. Кугай Н. В. Логічні основи доведень математичних тверджень // Молодь, освіта, наука, культура і національна самосвідомість: Зб. матеріалів VII Всеукр. наук.-практ. конф. – К.: Вид-во Європ. ун-ту, 2004. –Т.5 – С. 11-14.
9. Кугай Н. В., Бурчак С. О. З історії вивчення елементів математичного аналізу в школі // Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції. – Полтава, ПДПУ, 2003. – С. 90-93. *(Автором дисертації визначені етапи вивчення елементів математичного аналізу в школі).*
10. Кугай Н. В. Нові інформаційні технології як засіб підвищення рівня розвитку умінь доводити // Матеріали II Всеукраїнської науково-практичної конференції. – Полтава: АСМІ, 2005. – С. 194-197.
11. Кугай Н. В. Про задачі на доведення і дослідження // Тези Всеукраїнської науково-практичної конференції “Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики”. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2004. – С. 92-93.

АНОТАЦІЯ

Кугай Н. В. Розвиток умінь старшокласників доводити твердження у процесі вивчення алгебри і початків аналізу. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук за спеціальністю 13.00.02. – теорія та методика навчання математики. – Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова. Київ, 2007.

У дисертації розроблено і науково обґрунтовано методику розвитку вмінь старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу для класів універсального та природничого профілів. Запропонована методика побудована відповідно до вікових можливостей і особливостей розумового розвитку старшокласників; враховує їхні індивідуальні навчальні можливості; задовольняє вимоги рівневої та профільної диференціації; базується на програмовому матеріалі. Експериментально підтверджено, що така методика сприяє розвитку вмінь старшокласників доводити твердження курсу алгебри і початків аналізу та підвищує успішність і якість їхньої математичної підготовки.

Ключові слова: доведення, вміння доводити, структура доведення, логічні основи доведення, розвиток, старша школа, алгебра і початки аналізу, профільна диференціація, теоретичні математичні твердження, задача на доведення, задача на заперечення доведення чи твердження.

АННОТАЦИЯ

Кугай Н. В. Развитие умений старшеклассников доказывать утверждения в процессе изучения алгебры и начал анализа. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук по специальности 13.00.02. – теория и методика обучения математике. – Национальный педагогический университет имени М. П. Драгоманова. Киев, 2007.

Проблема развития умений старшеклассников доказывать утверждения – одна из актуальных проблем как педагогической науки, так и школьной практики, так как её решение разрешает много других проблем: учение учеников мышлению, формирование познавательных интересов и познавательной активности, развитие самостоятельности, ответственности, критичности. В диссертации разработана и теоретически обоснована методика развития умений старшеклассников доказывать утверждения в процессе изучения алгебры и начал анализа в условиях профилизации старшей школы.

Понятие доказательство является объектом изучения как логики, так и психологии. Математическая логика изучает доказательство как логическую форму процесса, который уже состоялся; психология – как процесс умственной деятельности, мышления. Для повышения эффективности учения старшеклассников доказательству, для развития умений старшеклассников

доказывать утверждения в процессе изучения алгебры и начал анализа необходимо учитывать, объединить в единое целое логику и эвристику.

Составные компоненты умения доказывать утверждения алгебры и начал анализа: умение подводить объекты под понятие, знание необходимых и достаточных признаков понятия, о которых говорится в заключении утверждения, умение выбирать признаки понятий, отвечающим данным условия, действие разворачивания условий. В исследовании обосновано, что овладение доказательствами находится в зоне ближайшего развития старшеклассника. Психолого-педагогические условия развития умений старшеклассников доказывать утверждения в процессе изучения алгебры и начал анализа заключаются в активизации учебно-познавательной деятельности школьников, формировании положительной учебной мотивации, обеспечении минимально необходимого объёма знаний, алгоритмизации учения, широкому использованию моделирования в учебном процессе. Обязательным условием является учет уровневой и профильной дифференциации.

Формирование и развитие умений старшеклассников доказывать утверждения в процессе изучения алгебры и начал анализа осуществляется путём изучения теоретического материала и решения задач. В диссертации выделены основные этапы в изучении теорем и их доказательств, рассмотрены методические приёмы обучения старшеклассников доказательству теоретических утверждений курса алгебры и начал анализа. Среди задач, которые способствуют развитию умений доказывать, выделены следующие: задачи на доказательство; задачи, в которых требование доказать сформулировано неявно; задачи на опровержение доказательств или утверждений.

Разработка методики развития умений старшеклассников доказывать утверждения в процессе изучения алгебры и начал анализа осуществлена на основе соотношения развития умений доказывать с программным материалом рассматриваемого курса и программными требованиями. В исследовании выделены утверждения, которые целесообразно доказывать в классах универсального и естественного профилей и рассмотрена методика обучения доказательству следующих теоретических утверждений: свойств функции, формул, собственно теорем. Для каждого из этих видов утверждений методика обучения доказательству имеет свою специфику. В работе рассмотрены также разные подходы к изучению теоретических утверждений отдельных разделов алгебры и начал анализа.

В исследовании выделены виды задач, способствующие развитию умений доказывать, установлена последовательность этих задач к каждой теме, рассмотрена методика обучения старшеклассников решению задач выделенных уровней.

Таким образом, в диссертационном исследовании теоретически обоснованно и экспериментально подтверждено, что использование в учебном процессе разработанной методики способствует развитию умений старшеклассников доказывать утверждения в процессе изучения

алгебры и начал анализа, повышает успеваемость учеников и качество их математической подготовки.

Ключевые слова: доказательство, умение доказывать, структура доказательства, логические основы доказательства, развитие, старшая школа, алгебра и начала анализа, профильная дифференциация, теоретические математические утверждения, задача на доказательство, задача на опровержение утверждения или доказательства.

ANNOTATION

N. Kugai. Forming the Senior Pupils' Demonstration Skills in the Process of Algebra and Beginning of Analysis Learning.

Thesis for the Candidate of Science Degree in Pedagogics (specialty 13.00.02) – Theory and Methods of Mathematics Teaching. National M. Dragomanov University. Kiev, 2007.

The dissertation is dedicated to the problem of forming the senior pupils' demonstration skills in the process of Algebra and Beginning of Analysis learning. The methods of these skills developing are theoretically grounded and experimentally testified by the author of the scientific research.

The proposed methods are based on the secondary school curriculum and organized according to the senior pupils' possibilities and their mental ability peculiarities; the pupils' individual learning possibilities are taken into consideration; the level and profile differentiation needs are completely satisfied. As the result method improves the senior pupils' demonstration skills and helps to make progress and makes better the quality of the senior pupils' mathematical training.

Key words: demonstration, demonstration skills, development, senior school, profile differentiation, theoretical mathematical proposition, demonstration sum, negative demonstration sum or prepositional sum.